COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 AVRIL 1840.

PRÉSIDENCE DE M. POISSON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Note sur les opérations qui ont conduit à reconnaître des différences dans les hauteurs moyennes de la mer en différents points de la basse Bretagne; par* M. PUISSANT.

« M. le chef d'escadron Filhon, l'un des officiers d'état-major qui continuent la triangulation générale de la France avec un zèle et un succès remarquables, vient d'adresser à l'Académie une Note *sur la hauteur moyenne de la mer en différents points de la côte de Bretagne*. Comme un extrait de cette Note a déjà reçu de la publicité par la voie du *Compte rendu* de la séance de lundi dernier, je crois devoir communiquer, à cette occasion, quelques remarques de M. Corabœuf et de moi, principalement relatives à la comparaison que M. Filhon a faite des niveaux moyens des mers de Cancale et de Noirmoutier, en s'appuyant sur les nivellements géodésiques du parallèle de Paris et de celui de Bourges, exposés avec beaucoup de détails dans la *Nouvelle Description géométrique du royaume*, dont le second volume paraîtra très incessamment. Ces remarques me semblent propres à fortifier le jugement que les Commissaires de l'Académie auront

à porter sur le degré de précision des résultats qui sont soumis à leur examen, et sur la conséquence que M. Filhon en a tirée. Voici en quoi elles consistent :

» Les hauteurs absolues, qui ont pour origine de départ la mer *moyenne* de Cancale, sont plus faibles de $0^m,59$ que celles qu'on aurait en partant de la mer moyenne de Lorient, et de $1^m,02$ avec la mer moyenne de Noirmoutier. M. Filhon pense que ces différences entre Cancale, Noirmoutier et Lorient n'existeraient pas si les niveaux moyens des mers de Cancale et de Noirmoutier avaient été déterminés avec le même soin qu'on a mis à obtenir ceux des mers de Brest et de Lorient (*Comptes rendus* des séances de l'Académie des Sciences du 30 mars, p. 533).

» Une telle assertion, qui tend à considérer comme douteuse l'exactitude de la détermination du niveau moyen de l'Océan au rocher Herpin (vis-à-vis Cancale) et à l'île de Noirmoutier, est facile à réfuter par le simple exposé des moyens de vérification que possède le Dépôt de la Guerre.

» Dans la mesure de la chaîne du parallèle de Paris, opérée par feu le colonel Bonne, où l'on trouve que la hauteur absolue du clocher de Cancale, rapportée au niveau de l'Océan (mer moyenne) de Brest, est de. . . . . $73^m,52$

cette même hauteur, en partant du rocher Herpin, est de. . $72^m,60$ (*)

cette dernière est donc plus faible que la première de. . . $0^m,92$ (**)

» L'origine de départ des hauteurs absolues des sommets de la chaîne de ce parallèle depuis Cancale jusqu'au Panthéon, est le niveau moyen déterminé au rocher Herpin par des observations de hauteurs des marées, faites en petit nombre, à la vérité, à l'époque de l'équinoxe d'automne : il importait donc de se procurer un moyen de vérification qui pût dissiper toute incertitude à l'égard de l'exactitude de ce point de départ. L'occasion s'en est offerte en 1836, époque où M. le capitaire Fessard fut chargé d'exécuter la triangulation du 1^er^ ordre dans la presqu'île du Cotentin; les données de départ furent prises sur la chaîne du parallèle de Paris.

» M. Fessard fit, à l'hydromètre de Cherbourg, une comparaison entre la mesure directe du niveau moyen de la mer et les résultats que lui donnèrent ses déterminations géodésiques, toutes dérivées du rocher Herpin (les détails de cette comparaison sont mentionnés dans la seconde partie de la *Descript. géom. de la Fr.*, p. 356 et 357); il trouva que la hauteur

---

(*) *Description géométrique de la France*, II^e^ partie, p. 186.

(**) *Descript. géom. de la Fr.*, I^re^ partie, p. 234 et 235.

du faîte de la cale, n° 4, de Cherbourg, au-dessus du niveau de la mer moyenne, selon son nivellement géodésique rapporté au rocher Herpin, est de $33^m,70$. La mesure directe rapportée à l'hydromètre donne pour cette même hauteur absolue. . . . . $33^m,26$

Différence. . . . $0^m,44$

» La mesure directe, opérée à l'hydromètre de Cherbourg par M. Fessard, s'accorde donc assez bien avec ce que donne le rocher Herpin, pour qu'il n'y ait plus lieu de douter que ce point de départ du parallèle de Paris laisse très peu d'incertitude.

» D'un autre côté, M. Courtois, ingénieur en chef des ponts-et-chaussées, a exécuté, en 1823 et 1824, le nivellement du cours de la Seine, depuis le Havre jusqu'à Paris, duquel il résulte que la hauteur du zéro de l'échelle graduée du pont de la Tournelle, au-dessus de l'Océan (mer moyenne), est de $26^m,01$. Ce même zéro de l'échelle du pont de la Tournelle vient d'être lié géodésiquement au Panthéon par une opération spéciale qu'a exécutée récemment M. le capitaine Hossard : ainsi la hauteur absolue de ce point zéro déduite de celle du Panthéon, que l'on sait provenir du rocher Herpin, est de. . . . . $26^m,37$

On a, par le nivellement de M. Courtois. . . . . $26^m,01$

Différence. . . . $0^m,36$

» Il est remarquable que cette différence est à peu de chose près la même, et dans le même sens, que celle que donne la comparaison faite à l'hydromètre de Cherbourg.

» Nous serions donc en droit de conclure que le niveau moyen de l'Océan, à l'hydromètre de Cherbourg, est en désaccord de $1^m,3$ avec celui que donne l'hydromètre de Brest, et que ce désaccord doit, en grande partie, provenir d'une cause indépendante de nos mesures géodésiques dont la précision est incontestable.

» Quant à ce qui concerne le parallèle de Bourges, dont le nivellement trigonométrique a pour donnée de départ le niveau de la mer moyenne déterminé à l'île de Noirmoutier, les détails de la mesure de cette mer moyenne étant mentionnés dans la seconde partie de la *Nouvelle Descript. géom. de la Fr.*, de la p. 197 à la p. 199, on y verra que cette mesure remplit parfaitement toutes les conditions qui doivent en constater l'exactitude. Nous avons de plus à offrir un résultat de vérification qui nous est donné par le nivellement spécial que M. Lemierre, ingénieur en chef des ponts-et-chaussées a exécuté depuis Paimbœuf jusqu'à Nantes : ce nivelle-

ment donne, pour la hauteur du pavé de la cathédrale de Nantes au-dessus du niveau de l'Océan (mer moyenne). . . . . $18^m,72$
Or on a par le parallèle de Bourges en partant de Noirmoutier (*Descript. géom.*, I^re^ part., p. 265). . . . . $18^m,75$

» Une telle concordance est donc bien propre, ce nous semble, à dissiper les doutes que M. Filhon nous paraît avoir émis avec un peu trop de précipitation. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Méthode simple et nouvelle pour la détermination complète des sommes alternées, formées avec les racines primitives des équations binomes; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Il est, dans la théorie des nombres, une question qui, depuis plus de trente ans, a beaucoup occupé les géomètres, et qui, tout récemment encore, a été mentionnée dans plusieurs Notes publiées par divers membres de cette Académie. Elle consiste à déterminer complétement la somme alternée des racines primitives d'une équation binome, ou, ce qui revient au même, la somme de certaines puissances de ces racines, savoir, des puissances qui ont pour exposants les carrés des nombres inférieurs au module donné. Supposons, pour fixer les idées, que le module soit un nombre premier impair. Le carré de la somme dont il s'agit se réduira, au signe près, au module, et sera d'ailleurs positif ou négatif, suivant que le module divisé par 4, donnera pour reste 1 ou 3. C'est ce que M. Gauss avait reconnu dans ses recherches arithmétiques imprimées au commencement de ce siècle. Mais lorsque du carré de la somme on veut revenir à la somme elle-même, on a un signe à déterminer; et cette détermination, comme l'ont observé MM. Gauss et Dirichlet, est un problème qui présente de grandes difficultés. Les méthodes à l'aide desquelles on est parvenu jusqu'ici à surmonter cet obstacle, sont celles que M. Gauss a développées dans le beau Mémoire qui a pour titre : *Summatio serierum quarumdam singularium*, et celle que M. Dirichlet a déduite de la considération des intégrales définies (*). En réfléchissant sur cette matière, j'ai été assez heureux pour trouver d'autres moyens de parvenir au même but; et d'abord il est assez remarquable que la formule de M. Gauss, qui détermine complétement les sommes alternées avec leurs signes, se trouve comprise comme cas particulier dans une autre formule que j'ai donnée

(*) Voyez aussi un Mémoire de M. Lebesgue, qui vient de paraître dans le *Journal de Mathématiques* de M. Liouville (fév. 1840).

en 1817 dans le *Bulletin de la Société Philomatique*. Cette dernière formule, qui parut digne d'attention à l'auteur de la *Mécanique céleste*, sert à la transformation d'une somme d'exponentielles dont les exposants croissent comme les carrés des nombres naturels; et, lorsqu'on attribue à ces exposants des valeurs imaginaires, on retrouve avec la formule de M. Gauss la loi de réciprocité qui existe entre deux nombres premiers. Mais la formule de 1817 était déduite de la considération des fonctions réciproques, par conséquent de théorèmes relatifs au calcul intégral; et ce que les géomètres apprendront sans doute avec plaisir c'est que, sans recourir ni au calcul intégral, ni aux séries singulières dont M. Gauss a fait usage, on peut directement, et par une méthode fort simple, transformer en produit une somme alternée, en déterminant le signe qui doit affecter ce même produit. Cette méthode a d'ailleurs l'avantage d'être applicable à d'autres questions du même genre. Ainsi en particulier l'on reconnaîtra sans peine que, si, n étant un nombre premier, $n - 1$ est divisible par 3, ou par 5, etc., un facteur primitif de n, correspondant au diviseur 3, sera proportionnel au produit de $\frac{n-1}{3}$ facteurs trinomes, tandis qu'un facteur primitif de n, correspondant au diviseur 5, sera proportionnel au produit de $\frac{n-1}{5}$ facteurs pentanomes ou composés chacun de cinq termes; et le rapport du produit en question au facteur primitif de n sera la somme de certaines racines de l'unité respectivement multipliées par des coefficients qui seront équivalents, suivant le module n, à des quantités connues. J'ajouterai que des formules relatives à la détermination complète d'une somme alternée, dans le cas où n est un nombre premier, on déduit aisément les formules analogues qui se rapportent au cas où n est un nombre composé quelconque, et la démonstration du théorème, suivant lequel, dans une semblable somme, ou la plupart des termes positifs, ou la moitié de ces termes, doivent offrir des exposants inférieurs à $\frac{1}{2}n$.

§ I^er^. *Valeurs exactes des sommes alternées des racines primitives d'une équation binome.*

» Nommons ρ l'une des racines primitives de l'équation binome

$$x^n = 1, \tag{1}$$

et Δ une somme alternée de ces racines, qui soit en même temps une fonction alternée des racines primitives de chacune des équations que l'on peut obtenir, en remplaçant n par un diviseur de n. Si n est un nombre

impair, dont les facteurs premiers soient inégaux; la valeur de Δ sera égale, au signe près, à celle que donne la formule

$$\Delta = 1 + \rho + \rho^4 + \rho^9 + \ldots + \rho^{(n-1)^2}. \quad (2)$$

» Si d'ailleurs on pose, pour abréger,

$$\omega = \frac{2\pi}{n}, \quad (3)$$

on pourra prendre

$$\rho = e^{\omega\sqrt{-1}}, \quad (4)$$

et alors la formule (1) deviendra

$$\Delta = 1 + e^{\omega\sqrt{-1}} + e^{4\omega\sqrt{-1}} + \ldots + e^{(n-1)^2\omega\sqrt{-1}}. \quad (5)$$

Or la valeur de Δ, donnée par l'équation (5), est ce que devient la somme des n premiers termes de la série

$$1,\ e^{-a^2},\ e^{-4a^2},\ e^{-9a^2},\ \text{etc}\ldots \quad (6)$$

quand on y remplace a^2 par $-\omega\sqrt{-1}$; et j'ai remarqué dès l'année 1817, dans le *Bulletin de la Société Philomatique*, comme dans mes leçons au Collége de France, que la considération des fonctions réciproques fournit entre les termes de la série (6) et ceux de la série semblable,

$$1,\ e^{-b^2},\ e^{-4b^2},\ e^{-9b^2},\ \ldots \quad (7)$$

une relation exprimée par la formule

$$a^{\frac{1}{2}}\left(\tfrac{1}{2} + e^{-a^2} + e^{-4a^2} + \ldots\right) = b^{\frac{1}{2}}\left(\tfrac{1}{2} + e^{-b^2} + e^{-4b^2} + \ldots\right), \quad (8)$$

quand a et b représentent deux quantités positives, assujéties à vérifier la condition

$$ab = \pi. \quad (9)$$

La formule (8) paraît digne d'attention à l'auteur de la *Mécanique céleste*, qui me dit l'avoir vérifiée dans le cas où l'un des nombres a, b devient très petit. Effectivement la formule (8), qu'on peut encore écrire comme il suit

$$a\left(\tfrac{1}{2} + e^{-a^2} + e^{-4a^2} + \ldots\right) = \pi^{\frac{1}{2}}\left(\tfrac{1}{2} + e^{-\frac{\pi^2}{a^2}} + e^{-4\frac{\pi^2}{a^2}} + \ldots\right),$$

donnera sensiblement, si a se réduit à un très petit nombre α,

$$\alpha\left(\tfrac{1}{2}+e^{-\alpha^2}+e^{-4\alpha^2}+\ldots\right)=\tfrac{1}{2}\pi^{\frac{1}{2}};$$

et, pour vérifier cette dernière équation, il suffit d'observer que, d'après la définition des intégrales définies, le produit

$$\alpha\left(1+e^{-\alpha^2}+e^{-4\alpha^2}+\ldots\right),$$

et pour limite l'intégrale

$$\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx=\tfrac{1}{2}\pi^{\frac{1}{2}}. \tag{10}$$

Il est d'ailleurs facile de s'assurer que la formule (8), peut subsister comme l'a remarqué M. Poisson, lors même que la constante a devient imaginaire. Nous ajouterons seulement qu'alors la partie réelle de cette constante devra être positive, si elle ne se réduit pas à zéro.

» Lorsque, dans la série (6), on pose $a^2=-\omega\sqrt{-1}$, la valeur de ω étant fournie par l'équation (4), ou, ce qui revient au même,

$$a^2=-\frac{n\pi}{n}\sqrt{-1}, \tag{11}$$

la formule (9), ou $a^2b^2=\pi^2$, donne

$$b^2=\frac{n\pi}{2}\sqrt{-1}. \tag{12}$$

Alors les termes distincts de la série (6) se réduisent à une partie de ceux que renferme le second membre de la formule (5), et les termes distincts de la série (7) à ceux qui composent le binome

$$1+e^{-\frac{n\pi}{2}\sqrt{-1}}. \tag{13}$$

On doit donc s'attendre à voir l'équation (8) fournir la valeur du rapport qui existe entre la somme alternée Δ et le binome dont il s'agit. Or, en effet, pour obtenir cette valeur, il suffira de supposer, dans l'équation (8),

$$a^2=\alpha^2-\frac{2\pi}{n}\sqrt{-1}, \tag{14}$$

α^2 désignant un nombre infiniment petit. Soit, dans cette hypothèse,

$$b^2=6^2+\frac{n\pi}{2}\sqrt{-1}. \tag{15}$$

$\mathfrak{C}$ devra s'évanouir avec α, et comme la condition (9) donnera

$$\alpha^2\mathfrak{C}^2 + \pi\left(\tfrac{4}{2}\alpha^2 - \tfrac{2}{4}\mathfrak{C}^2\right)\sqrt{-1} = 0,$$

on en tirera sensiblement

$$\frac{4\mathfrak{C}^2}{n^2\alpha^2} = 1,$$

de sorte qu'on pourra prendre

$$\frac{2\mathfrak{C}}{n\alpha} = 1. \tag{16}$$

Cela posé, si l'on multiplie par $n\alpha$ les deux membres de la formule (8), les termes de la somme alternée Δ ou du binome (13) s'y trouveront multipliés par des sommes qui se réduiront sensiblement, dans le premier membre, au produit

$$a^{\frac{1}{2}}\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = \tfrac{1}{2}\pi^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}},$$

et, dans le second membre, au produit

$$b^{\frac{1}{2}}\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = \tfrac{1}{2}\pi^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}.$$

Donc, en laissant de côté le facteur

$$\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = \tfrac{1}{2}\pi^{\frac{1}{2}},$$

qui deviendra commun aux deux membres de la formule, on trouvera définitivement

$$a^{\frac{1}{2}}\Delta = b^{\frac{1}{2}}\left(1 + e^{-\frac{n\pi}{2}\sqrt{-1}}\right), \tag{17}$$

ou, ce qui revient au même

$$\Delta = \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}\left(1 + e^{-\frac{n\pi}{2}\sqrt{-1}}\right) = \frac{\pi^{\frac{1}{2}}}{a}\left(1 + e^{-\frac{n\pi}{2}\sqrt{-1}}\right), \tag{18}$$

la valeur de a étant fournie par l'équation (11), ou

$$a^2 = \frac{2\pi}{n}\,e^{-\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}},$$

de laquelle on tirera (voir l'*Analyse algébrique*, chap. VII et IX),

$$a = \left(\frac{2\pi}{n}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}},$$

et par suite

$$(19) \qquad \frac{\pi^{\frac{1}{2}}}{a} = \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}} = \frac{n^{\frac{1}{2}}}{2}(1+\sqrt{-1}).$$

Donc, en supposant Δ déterminé par la formule (15), on aura, non-seulement pour des valeurs impaires du nombre n, mais généralement, et quel que soit ce nombre,

$$(20) \qquad \Delta = \frac{n^{\frac{1}{2}}}{2}(1+\sqrt{-1})\left(1+e^{-\frac{n\pi}{2}\sqrt{-1}}\right).$$

On trouvera en particulier, 1°. si n est de la forme $4x$,

$$(21) \qquad \Delta = n^{\frac{1}{2}}(1+\sqrt{-1});$$

2°. si n est de la forme $4x+1$,

$$(22) \qquad \Delta = n^{\frac{1}{2}};$$

3°. si n est de la forme $4x+2$,

$$(23) \qquad \Delta = 0;$$

4°. si n est de la forme $4x+3$,

$$(24) \qquad \Delta = n^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1}.$$

Ainsi, les formules (20), (21), (22), (23), (24), que M. Gauss a établies dans un de ses plus beaux Mémoires, et dont M. Dirichlet a donné une démonstration nouvelle qui a été justement remarquée des géomètres, se trouvent comprises comme cas particuliers dans la formule (8), de laquelle on déduit immédiatement l'équation (20) en attribuant à l'exposant $-a^2$ une valeur infiniment rapprochée de la valeur imaginaire $\frac{2\pi}{n}\sqrt{-1}$, ou, ce qui revient au même, en réduisant l'exponentielle e^{-a^2} à l'une des racines primitives de l'équation (1), savoir, à celle que détermine la formule (4).

» Si l'on supposait a^2 déterminé non plus par la formule (11), mais par la suivante

$$(25) \qquad a^2 = -\frac{2m\pi}{n}\sqrt{-1},$$

m étant premier à n; alors, en opérant comme ci-dessus, on obtiendrait, au lieu de la formule (20), une équation qui, combinée avec cette formule, reproduirait immédiatement la loi de réciprocité entre deux nombres premiers, ou même cette loi étendue à deux nombres impairs quelconques

§ II. *Transformation des sommes alternées en produits.*

» Soit

$$\rho$$

une racine primitive de l'équation

$$x^n = 1, \tag{1}$$

n étant un nombre premier impair. Les diverses racines primitives de l'équation (1) pourront être représentées, ou par

$$\rho, \rho^2, \rho^3, \ldots \rho^{n-1},$$

ou par

$$\rho^m, \rho^{2m}, \rho^{3m}, \ldots \rho^{(n-1)m},$$

m étant premier à n. Soit d'ailleurs Δ une somme alternée de ces racines primitives. Cette somme sera de la forme

$$\Delta = \rho^h + \rho^{h'} + \rho^{h''} + \ldots - \rho^k - \rho^{k'} - \rho^{k''} - \ldots, \tag{2}$$

les exposants

$$1, 2, 3, \ldots n - 1,$$

étant ainsi partagés en deux groupes

$$h, h', h'', \ldots \text{ et } k, k', k'', \ldots.$$

dont le premier pourra être censé renfermer les résidus quadratiques

$$1, 4, \text{ etc.},$$

et le second les non-résidus suivant le module n. Si l'on suppose en particulier $n = 3$, on aura simplement

$$\Delta = \rho^1 - \rho^2 = \rho^1 - \rho^{-1},$$

en sorte qu'une somme alternée Δ pourra être représetée, au signe près, par le binome

$$\rho^1 - \rho^{-1},$$

ou plus généralement par le binome

$$\rho^m - \rho^{-m}.$$

m étant non divisible par 3. Si n devient égal à 5, les binomes de cette

forme se réduiront, au signe près, à l'un des suivants

$$\rho^1 - \rho^4 = \rho^1 - \rho^{-1}, \quad \rho^2 - \rho^3 = \rho^2 - \rho^{-2},$$

et le produit de ces deux binomes

$$(\rho^1 - \rho^4)(\rho^2 - \rho^3) = \rho^2 - \rho^3 - \rho - \rho^4$$

représentera encore, au signe près, la somme alternée

$$\Delta = \rho + \rho^4 - \rho^2 - \rho^3,$$

qui pourra s'écrire comme il suit :

$$\Delta = (\rho^1 - \rho^{-1})(\rho^3 - \rho^{-3}).$$

J'ajoute qu'il en sera généralement de même, et que pour une valeur quelconque du nombre premier n, la somme alternée Δ pourra être réduite au produit P déterminé par la formule

$$(3) \qquad P = (\rho^1 - \rho^{-1})(\rho^3 - \rho^{-3}) \ldots [\rho^{n-2} - \rho^{-(n-2)}].$$

Effectivement ce produit, égal, au signe près, au suivant

$$(\rho^1 - \rho^n)(\rho^2 - \rho^{n-2}) \ldots \left(\rho^{\frac{n-1}{2}} - \rho^{\frac{n+1}{2}}\right),$$

changera tout au plus de signe, quand on y remplacera ρ par ρ^m, attendu qu'alors les termes de la suite

$$\rho, \rho^2, \rho^3 \ldots \rho^{n-1},$$

se trouveront remplacés par les termes de la suite

$$\rho^m, \rho^{2m}, \rho^{3m}, \ldots \rho^{(n-1)m},$$

qui sont les mêmes, à l'ordre près, et un binome de la forme

$$\rho^l - \rho^{-l}$$

par un binome de la même forme

$$\rho^{ml} - \rho^{-ml}.$$

Donc le produit P ne pourra représenter qu'une fonction symétrique, ou une fonction alternée des racines primitives de l'équation (1). Donc il

sera de l'une des formes

$$a, \quad a\Delta,$$

a désignant une quantité entière positive ou négative, et son carré P^2 sera de l'une des formes

$$a^2, \quad a^2\Delta^2.$$

Comme on tirera d'ailleurs de l'équation (3), non-seulement

$$P = \rho^{1+3+5+\ldots+(n-2)}\,(1-\rho^{-2})\,(1-\rho^{-6})\,\ldots[1-\rho^{-2(n-2)}],$$

ou, ce qui revient au même,

$$P = \rho^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}\,(1-\rho^{n-2})\,(1-\rho^{n-6})\ldots(1-\rho^4),$$

mais encore

$$P = (-1)^{\frac{n-1}{2}}\,\rho^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}\,(1-\rho^2)\,(1-\rho^6)\ldots(1-\rho^{n-n}),$$

et par suite,

$$P^2 = (-1)^{\frac{n-1}{2}}\,(1-\rho^2)\,(1-\rho^4)\,(1-\rho^6)\ldots(1-\rho^{n-6})\,(1-\rho^{n-4})\,(1-\rho^{n-2})$$
$$= (-1)^{\frac{n-1}{2}}\,(1-\rho)\,(1-\rho^2)\ldots(1-\rho^{n-1}) = (-1)^{\frac{n-1}{2}}\,n,$$

il est clair que P^2 n'étant pas de la forme a^2, devra être de la forme $a^2\Delta^2$. On aura donc

$$(4) \qquad (-1)^{\frac{n-1}{2}}\,n = a^2\,\Delta^2, \quad P = a\Delta.$$

Or Δ^2 ne pouvant être qu'une fonction symétrique de $\rho, \rho^2, \ldots$ et par conséquent un nombre entier, la seule manière de vérifier la première des équations (4) sera de poser

$$a^2 = 1, \quad \Delta^2 = (-1)^{\frac{n-1}{2}}\,n.$$

On aura donc

$$a = \pm 1,$$

et par conséquent,

$$(5) \qquad P = \pm \Delta;$$

et toute la difficulté se réduit à déterminer le signe qui doit affecter le second membre de la formule (5). Or si, dans la somme alternée

$$\Delta = \rho^k + \rho^{k'} + \rho^{k''} + \ldots - \rho^{\kappa} - \rho^{\kappa'} - \rho^{\kappa''} - \text{etc.},$$

on remplace généralement

$$\rho^l \text{ par } \left(\frac{l}{n}\right),$$

cette somme sera remplacée elle-même par la suivante

$$\left(\frac{h}{n}\right)+\left(\frac{h'}{n}\right)+\ldots-\left(\frac{k}{n}\right)-\left(\frac{k'}{n}\right)-\text{etc.}=n-1\equiv-1,\ (\text{mod. } n),$$

tandis que la somme alterne $-\Delta$ se changera en

$$-(n-1)\equiv 1,\ (\text{mod. } n).$$

Donc, pour décider si dans la formule (5) on doit réduire le double signe au signe $+$ ou au signe $-$, il suffira de chercher la quantité en laquelle se transforme le développement de P quand on y remplace chaque terme de la forme ρ^l par $\left(\frac{l}{n}\right)$, et de voir si cette quantité, divisée par 4, donne pour reste -1 ou $+1$. Or, comme le développement de P se composera de termes de la forme

$$\pm\rho^{\pm 1\pm 3\pm 5\pm\ldots},$$

le signe qui précède ρ étant le produit des signes qui précèdent les nombres $1, 3, 5\ldots$, la quantité dont il s'agit sera la somme des expressions de la forme

$$\pm\left(\frac{\pm 1\pm 3\pm 5\pm\ldots}{n}\right),$$

le signe placé en dehors des parenthèses étant le produit des signes placés au dedans. Elle sera donc équivalente, suivant le module n, à la somme des expressions de la forme

$$\pm[\pm 1\pm 3\pm 5\pm\ldots\pm(n-2)]^{\frac{n-1}{2}}. \tag{6}$$

Ainsi, en particulier, elle sera équivalente, pour $n=3$, à

$$1^l-(-1)^l=2\equiv-1,\ (\text{mod. } 3);$$

pour $n=5$, à

$$(1+3)^2+(-1-3)^2-(-1+3)^2-(1-3)^2\equiv 4\equiv-1,\ (\text{mod. } 5).$$

D'ailleurs si l'on suppose le nombre de lettres $a, b, c\ldots$, égal à m, la somme des expressions de la forme

$$\pm(\pm a\pm b\pm c\pm\ldots)^m, \tag{7}$$

étant développée suivant les puissances ascendantes de $a, b, c\ldots$, ne pourra, si le signe extérieur est le produit des signes intérieurs, renfermer aucun terme dans lequel l'exposant de a, ou de b, ou de $c\ldots$ s'évanouisse, puisque le coefficient d'un semblable terme dans cette somme serait évidemment

$$2^{m-1} - 2^{m-1} = 0.$$

Donc la somme des expressions (7) se réduira au produit de leur nombre 2^m par le seul terme

$$1.2.3\ldots m.abc\ldots;$$

et, si l'on prend pour

$$a, b, c, \ldots$$

les nombres

$$1, 3, 5 \ldots 2m - 1,$$

cette somme aura pour valeur le produit

$$2^m (1.2.3\ldots m)\, 1.3.5\ldots(2m-1) = 1.2.3.4\ldots 2m.$$

Donc la somme des expressions (6) aura elle-même pour valeur le produit

$$1.2.3\ldots(n-1) \equiv -1, \pmod{n};$$

et P se transformera en une somme équivalente à -1, si l'on y remplace généralement ρ^l par $\left(\frac{l}{n}\right)$; d'où il suit que l'équation (5) devra être réduite à

$$\text{(8)} \qquad P = \Delta.$$

En d'autres termes, on aura

$$\text{(9)}\quad (\rho^1-\rho^{-1})(\rho^3-\rho^{-3})\ldots[\rho^{n-2}-\rho^{-(n-2)}] = \rho^h+\rho^{h'}+\rho^{h''}+\ldots-\rho^k-\rho^{k'}-\rho^{k''}-\ldots,$$

$h, h', h'', \ldots$ étant les résidus, et $k, k', k'', \ldots$ les non-résidus inférieurs au module n. Comme on aura d'ailleurs

$$\text{(10)}\quad 0 = 1 + \rho^h + \rho^{h'} + \rho^{h''} + \ldots + \rho^k + \rho^{k'} + \rho^{k''} + \ldots,$$

on tirera de formules (9) et (10), combinées entre elles par voie d'addition,

$$\text{(11)}\quad (\rho^1-\rho^{-1})(\rho^3-\rho^{-3})\ldots[\rho^{n-2}-\rho^{-(n-2)}] = 1 + 2\rho^h + 2\rho^{h'} + 2\rho^{h''} + \ldots;$$

par conséquent

$$\text{(12)}\quad (\rho^1-\rho^{-1})(\rho^3-\rho^{-3})\ldots[\rho^{n-2}-\rho^{-(n-2)}] = 1+\rho+\rho^4+\rho^9+\ldots+\rho^{(n-1)^2}.$$

» Des formules (9) et (12), relatives au cas où n est un nombre premier impair, on déduit aisément celles qui sont relatives au cas où n est un nombre composé quelconque, comme je le montrerai plus en détail dans un autre article. J'observerai en finissant que, si, n étant un nombre premier de la forme $3x+1$, α désigne une racine primitive de l'équivalence

$$x^3 \equiv 1,$$

et m une racine primitive de l'équivalence

$$x^{n-1} \equiv 1, \pmod{n},$$

on obtiendra un produit P proportionnel à un facteur primitif de n, non-seulement lorsqu'on supposera la valeur de P donnée par la formule (3), mais aussi lorsqu'on prendra

$$P = \left(\rho + \alpha\rho^{m^{\frac{n-1}{3}}} + \alpha^2\rho^{m^{2\frac{n-1}{3}}}\right)\left(\rho^m + \alpha\rho^{m^{1+\frac{n-1}{3}}} + \alpha^2\rho^{m^{1+2\frac{n-1}{3}}}\right)\ldots,$$

le nombre des facteurs trinomes étant $\frac{n-1}{3}$. Le facteur primitif de n, auquel cette dernière valeur de P deviendra proportionnelle, sera

$$\Theta = \rho + \alpha\rho^m + \alpha^2\rho^{m^2} + \rho^{m^3} + \ldots + \alpha^2\rho^{m^{n-2}}.$$

On trouvera par exemple, pour $n = 7$, $m = 3$,

$$(\rho+\alpha\rho^2+\alpha^2\rho^4)(\rho^3+\alpha\rho^6+\alpha^2\rho^5) = \alpha^2[\rho+\rho^6+\alpha(\rho^3+\rho^4)+\alpha^2(\rho^2+\rho^5)],$$

ou, ce qui revient au même,

$$P = \alpha^2\Theta;$$

pour $n = 13$, $m = 6$,

$$(\rho+\alpha\rho^9+\alpha^2\rho^3)(\rho^6+\alpha\rho^2+\alpha^2\rho^5)(\rho^{10}+\alpha\rho^{12}+\alpha^2\rho^4)(\rho^8+\alpha\rho^7+\alpha^2\rho^{11})$$
$$= (1+2\alpha)[\rho+\rho^8+\rho^{12}+\rho^5+\alpha(\rho^6+\rho^9+\rho^7+\rho^4)+\alpha^2(\rho^{10}+\rho^2+\rho^3+\rho^{11})],$$

ou

$$P = (1+2\alpha)\Theta, \text{ etc.....}$$

D'ailleurs, pour établir la proportionnalité de P et de Θ considérés comme fonction de ρ, il suffira d'observer que P se change en $\frac{P}{\alpha}$ quand on y remplace ρ par ρ^m. Quant au rapport $\frac{P}{\Theta}$, il ne pourra être qu'une fonction entière de α, que l'on pourra réduire à la forme

$$a + b\alpha;$$

et une méthode semblable à celle par laquelle nous avons déterminé le signe de Δ dans la formule (17), fera connaître les nombres entiers a, b, ou du moins des quantités équivalentes à ces mêmes nombres suivant le module n. Enfin l'on pourrait étendre les propositions que nous venons d'indiquer à des produits P composés de facteurs polynomes dont chacun offrirait plus de 3 termes; par exemple, 5 termes si $n - 1$ était divisible par 5, 7 termes si $n - 1$ était divisible par 7, etc... »

M. **Cauchy** fait hommage à l'Académie des 7e et 8e livraisons de ses *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique.*

CHIMIE. — *Recherches concernant la nature de la substance qui colore en rouge les os des animaux soumis au régime de la garance; par* M. **Robiquet.** — Extrait d'une Lettre adressée à M. *Flourens.*

« J'ai opéré sur deux squelettes, l'un appartenant à un pigeon soumis au régime de la garance d'Avignon, l'autre à celui de la garance d'Alsace.

» Après avoir décanté l'alcool qui baignait ces squelettes, je les ai fait macérer dans de l'acide hydro-chlorique faible, pour enlever tout le phosphate calcaire des parties osseuses. Je pensais arriver par ce moyen à l'élimination de la matière colorante qui n'est pas soluble dans l'eau acidulée; mais cette matière, au lieu de se précipiter au fond du vase comme je m'y attendais, s'est combinée avec toutes les parties molles du squelette et leur a communiqué une teinte rosée uniforme qui a résisté même aux lavages alcalins. Pour pouvoir enlever la matière colorante, j'ai été obligé de broyer les débris des squelettes et de les faire bouillir avec une solution concentrée d'alun. Cette opération a parfaitement réussi, et cela démontre bien que cette coloration est due à la garance, car nulle autre matière colorante ne produit le même effet. Il y a plus, c'est que la belle teinte rose que prend la solution alunée a démontré que c'était plutôt la *purpurine* que l'*alizarine* (1) qui se fixe sur les parties osseuses. Ce qui a achevé de me convaincre à cet égard, c'est que le squelette du pigeon soumis au régime de la garance d'Alsace a fourni à la solution alunée une teinte rose beaucoup plus riche et plus franche. Or nous avons précisément reconnu, M. Colin et

(1) Nous avons, M. Colin et moi, distingué dans la garance deux matières colorantes principales : l'une l'*alizarine*, qui est la base de toute teinture solide en garance; l'autre la *purpurine*, qui est la base des belles laques roses de garance qu'on emploie pour la peinture.

moi, que la purpurine était plus abondante dans cette variété de garance que dans les autres(1). Vous voyez donc, mon très honoré collègue, que si la petite quantité de matière colorante ne m'a permis d'en opérer l'isolement complet, du moins j'ai pu acquérir entière conviction que la coloration était due à la garance.»

M. **Serres** dépose, sous enveloppe cachetée, une Note relative à un travail qui lui est commun avec M. *Doyère*.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE. — *Sur quelques faits relatifs aux composés oxidés du soufre.* — Extrait d'un Mémoire de M. **Persoz** (2).

(Commission nommée pour le Mémoire de M. Langlois sur l'acide hyposulfureux.)

« Dans une thèse soutenue, il y a sept ans, devant la Faculté des Sciences de Paris, je disais que certains corps composés, et notamment l'acide sulfureux, sont comparables au cyanogène et peuvent ainsi que lui faire fonction de corps simple en s'unissant, soit avec l'oxigène, soit avec le soufre, le chlore, le brome et l'iode. Partant de ce point de vue, j'eus l'idée d'établir une distinction dans la composition des composés, et je proposai d'appeler *composition moléculaire* l'arrangement qui existe entre les parties constituantes d'un composé, abstraction faite des corps élémentaires qui s'y trouvent. Dans cette manière de voir, je ne pouvais plus envisager l'acide sulfurique comme un composé formé de soufre et d'oxigène, mais bien comme une combinaison d'acide sulfureux et d'oxigène; en un mot, je ne devais voir dans ce composé que les éléments qui concourent à sa formation et qui sont les mêmes que ceux dans lesquels il se décompose, savoir: 2 vol. gaz sulfureux et 1 vol. oxigène. En supposant que cette manière de voir fût vraie, l'acide sulfureux devenant un *radical*, de-

(1) Dans les expériences de M. Flourens, la coloration des os a toujours été beaucoup plus marquée par l'effet de la *garance d'Alsace* que par celui de la *garance d'Avignon*. (Voyez *Compte rendu*, séance du 3 février 1840, page 146.)

(2) Ce Mémoire était parvenu au secrétariat le 17 mars, avec plusieurs des composés dont l'auteur s'est occupé; il aurait été par conséquent présenté à la séance suivante, le lundi 23, si l'on avait su que la boîte qui contenait les produits chimiques renfermait aussi le manuscrit, ce que la suscription n'indiquait pas assez clairement.

vait successivement être mis en présence des différents corps simples avec lesquels il pouvait s'unir, afin de former les composés $\ddot{S} + O$, $\ddot{S} + S$, $\ddot{S} + Cl^2$, $\ddot{S} + B^2$, $\ddot{S} + I^2$ de la même manière que 1 éq. de plomb, de manganèse, s'unissent avec les mêmes corps électro-négatifs et forment les composés $RO + RS + RCl^2 + RB^2 + RI^2$.....

» De l'examen des combinaisons de l'acide sulfureux avec l'oxigène, je me suis trouvé conduit naturellement à l'étude des combinaisons de cet acide avec les autres métalloïdes. Les difficultés que présentait cette étude étaient grandes, mais ne me paraissaient pas insurmontables, et j'espérais obtenir bientôt des résultats dignes de fixer l'attention des chimistes, lorsqu'une circonstance imprévue (1) m'a obligé, contre mon intention, à entretenir l'Académie de mes recherches avant d'avoir atteint complétement le but que je m'étais proposé.....

» M. Vauquelin, en faisant agir 8 gr. de soufre sur 10 gr. de carbonate potassique, et en dosant le soufre qui se trouvait dans les différents produits qu'il obtenait, ne retrouva point les 8 gr. qu'il avait employés. Voici ce qu'il dit avoir obtenu :

1°. Soufre obtenu dans l'acide sulfurique.....	0,680
2°. Soufre uni à l'hydrogène.....	1,928
3°. Soufre obtenu du sulfure par l'acide acétique...	4,230
4°. Soufre sublimé pendant l'opération.....	0,350
	7,183
Perte.....	0,817

« Que sont devenus, se demande M. Vauquelin, les 0,817 gr. de soufre » qui manquent dans cette analyse? Il faut nécessairement que les pro- » portions des corps d'après lesquelles j'ai calculé ne soient pas exactes, » ou que mes expériences manquent de précision. Cependant je les ai ré- » pétées plusieurs fois, et j'ai toujours obtenu à peu près le même résultat. »

» Cette remarque de M. Vauquelin devait me faire supposer qu'un produit quelconque d'une composition inconnue l'avait induit en erreur.

---

(1) Dans sa séance du 10 mars 1840, la Société du Muséum d'Histoire naturelle de Strasbourg a entendu une communication de M. Langlois par laquelle ce chimiste *annonce* qu'il est parvenu à isoler l'acide hyposulfureux, en décomposant le bihyposulfite potassique par l'acide hyperchlorique. Ayant eu connaissance de ce fait, j'allai dès le lendemain voir M. Langlois, pour le prévenir qu'ayant obtenu moi-même cet acide depuis plusieurs mois, je me proposais de soumettre de suite mes résultats à l'Académie. Je l'engageai en outre à en faire autant de son côté afin que nos droits respectifs soient bien établis.

Plein de cette idée, je répétai les expériences précédentes. Ayant fait fondre au rouge 80 gr. de soufre avec 100 gr. de carbonate potassique pur et sec, la matière refroidie fut pulvérisée et soumise à des traitements réitérés par l'alcool à 40°. J'obtins ainsi une dissolution fortement colorée par du sulfure potassique, et enfin un résidu pulvérulent, qui avait les caractères apparents du sulfate potassique. La dissolution à chaud de ce résidu salin est susceptible de cristalliser par le refroidissement, et en outre elle précipite abondamment les sels barytiques. Ce même résidu, traité à froid par les acides étendus, ne dégage point d'acide sulfureux et ne dépose pas de soufre, en sorte qu'en bornant là l'étude de ces caractères, on pourrait le considérer comme du *sulfate potassique*. Cependant en le chauffant dans un petit tube, il abandonne une certaine quantité de soufre; en le traitant par de l'acide nitrique ordinaire, et en n'élevant que légèrement la température, il y a décomposition de l'acide nitrique, accompagnée d'un dépôt de soufre. Ces derniers caractères prouvent suffisamment que ce résidu salin n'a point la composition du sulfate potassique.

» Je ne rapporterai pas ici des expériences nombreuses que j'ai faites pour connaître la nature de ce sel, je dirai seulement qu'il est formé par de l'acide sulfo-sulfurique $\ddot{S} + S$, dont la plupart des propriétés se confondent avec celles de son analogue, l'acide oxi-sulfurique $\ddot{S} + O$. L'acide renfermé dans ce sel peut être mis en liberté, et jouit d'une plus grande stabilité que celle qu'on avait reconnue jusqu'à présent à l'acide hyposulfureux, qui n'avait point encore pu être isolé.

» *Acide sulfo-sulfurique* (*acide hyposulfureux*). — Cet acide s'obtient facilement et en grande abondance en décomposant le sulfo-sulfate potassique ou sodique, par une dissolution de nitrate ou d'acétate plombique. Il s'opère une double décomposition, de laquelle il résulte un sulfo-sulfate plombique insoluble qui se précipite. Ce sel doit d'abord être lavé à plusieurs reprises par décantation, puis on le jette sur un filtre où l'on achève les lavages.

» Ce point atteint, on enlève le sel de dessus le filtre et on le délaie dans une quantité d'eau suffisante pour faire une bouillie très claire, que l'on agite sans cesse à mesure qu'on y fait passer un courant de sulfide hydrique préalablement lavé. Le sulfide hydrique précipite tout le plomb à l'état de sulfure plombique. On filtre la liqueur et on lave le sulfure plombique qui reste sur le filtre. Les eaux de lavage sont réunies à la liqueur primi-

tive ; cette liqueur ne tarde pas à se troubler par un léger dépôt de soufre, phénomène qui me semble devoir être attribué à l'action lente qu'exerce le sulfide hydrique sur l'acide sulfo-sulfurique.

L'acide *sulfo-sulfurique* ainsi obtenu, se trouve délayé dans l'eau; pour le concentrer, on le fait évaporer soit dans le vide, soit en le plaçant dans des capsules à fond plat ou des soucoupes de porcelaine que l'on place dans une étuve. Tant qu'on ne le fait point bouillir, il ne se décompose que faiblement, et encore cela n'a-t-il lieu qu'autant qu'il approche du terme de son plus haut point de concentration. Arrivé à cette période, la chaleur le détruit et il se décompose dans ses éléments, c'est-à-dire en acide sulfureux et en soufre.

» La densité de cet acide ne m'est point encore exactement connue, mais j'ai lieu de croire qu'elle est à peu près deux fois celle de l'eau.

» L'acide sulfo-sulfurique est un liquide blanc qui rougit fortement la teinture de tournesol. Il décompose à froid en s'emparant de leurs bases, les carbonates potassique, sodique, calcique, magnésique et plombique ; il s'unit directement aux bases et forme des sels (les sulfo-sulfates) qui sont aux oxi-sulfates ce que sont les séléniates aux sulfates, ou enfin ce que sont les arséniates aux phosphates. L'analogie s'observe soit qu'on envisage la solubilité relative de ces sels, soit que l'on envisage les proportions respectives des bases et d'acides, ou celles des sels et de l'eau de cristallisation. Il est à remarquer que généralement les sulfo-sulfates sont un peu plus solubles que les oxi-sulfates correspondants.

» L'acide sulfo-sulfurique mis en contact avec des oxides d'une réduction facile, ne peut s'unir à ces derniers qu'autant que la température ne s'élève point trop, car dans le cas contraire il y a destruction de l'acide et de la base, et formation de sulfure (oxide *argentique*).

» En contact avec les corps simples ou composés qui ont une action directe soit sur le soufre, soit sur le gaz sulfureux et un des éléments de l'acide sulfo-sulfurique, ce dernier est toujours décomposé. Ainsi, par exemple, lors même qu'il n'est point très concentré, il ne peut exister même à froid, ni en présence de l'acide sulfurique de Saxe et de l'acide sulfurique ordinaire; car ces deux acides, en opérant à froid la décomposition, en s'emparant de l'acide sulfureux et en mettant le soufre en liberté; ni en présence de l'acide nitrique, car il y a décomposition mutuelle de l'acide sulfo-sulfurique et de l'acide nitrique, ce qui est rendu évident par un abondant dépôt de soufre, accompagné de vapeur nitreuse, qui restent en dissolution dans l'excès d'acide nitrique et

le colorent en vert; ni en présence des acides chloreux (acide hypochloreux) ou chlorique, qui oxident l'acide sulfureux et mettent le soufre en liberté.

» Les composés salins formés, soit par des acides, soit par des bases d'une réduction facile, ne peuvent exister en contact avec l'acide sulfo-sulfurique sans être décomposés; seulement, tantôt la réaction s'effectue à la température ordinaire, et tantôt, au contraire, elle n'a lieu qu'à l'aide d'une température élevée.....

» D'après les travaux de M. Peltier père, on connaît l'altération mutuelle qui a lieu entre l'acide sulfureux et les chlorures stanneux. Cette propriété se conserve aussi dans l'acide sulfo-sulfurique. Ce dernier, chauffé avec du chlorure stanneux, est décomposé avec production de sulfure stanneux. Les sels ferrique et uranique sont ramenés à l'état de sels ferreux et uraneux.

» En raison de son analogie avec l'acide oxi-sulfurique, l'acide sulfo-sulfurique exerce une action déplaçante sur les sels et donne naissance à des précipités peu solubles dans toutes les dissolutions salines où l'acide sulfurique produit lui-même un précipité. C'est ainsi qu'il précipite en blanc les sels barytique, strontique et plombique; en jaune passant au brun, les sels argentique; en blanc ou jaune-serin, les sels mercureux et mercurique. C'est encore en raison de cette analogie que l'acide sulfo-sufurique ne trouble point les sels dont le sulfate correspondant est soluble.

» La manière dont cet acide sulfo-sulfurique se comporte, son analogie avec l'acide sulfurique, permet de concevoir facilement les principales propriétés des sulfo-sulfates. Celles-ci se déduisent, lorsqu'il s'agit de phénomènes de déplacement, ou bien de combinaisons, de tous les caractères constatés dans les sulfates, et lorsqu'il s'agit de phénomènes d'altération, des propriétés que nous venons de signaler comme appartenant à l'acide sulfo-sulfurique.... »

M. DE ZININ, professeur de chimie à Kasan, adresse un Mémoire sur plusieurs produits obtenus avec l'huile essentielle d'amandes amères. Son travail fait à Giesen, dans le laboratoire de M. Liebig, a principalement pour objet la benzoïne, la benzile, l'acide benzilique et deux combinaisons nouvelles dont l'acide hydro-cyanique fait partie.

(Commissaires, MM. Robiquet, Pelouze.)

M. Tardy adresse une Note concernant le *passage des écluses au moyen d'écluses mobiles*, sur les *chemins de fer à bascule*, et différents systèmes pour faire marcher les *waggons* sur des *courbes à petit rayon*.

Renvoi à la Commission chargée d'examiner divers travaux relatifs aux courbes des chemins de fer.

M. Baillarger adresse, pour le concours aux prix de Physiologie expérimentale, un Mémoire sur la *structure de la couche corticale des circonvolutions du cerveau*.

L'Académie reçoit, pour le concours de Médecine et de Chirurgie, une Note sur l'*emploi de l'argile sèche, sous forme pulvérulente, pour hâter la guérison des plaies;* le nom de l'auteur est enfermé sous pli cacheté.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Instruction publique transmet ampliation de l'ordonnance royale qui confirme la nomination de M. Piobert comme membre de l'Académie, section de Mécanique, en remplacement de M. *de Prony*.

Sur l'invitation de M. le Président, M. Piobert prend place parmi ses confrères.

physique appliquée. — *Extrait d'une Lettre adressée à* M. Arago *par M. le professeur* A. de la Rive, *sur un procédé électro-chimique ayant pour objet le dorage de l'argent et du laiton.*

Genève, 2 avril 1840.

« ..... J'ai lu à la séance du 19 mars dernier de notre Société de Physique et d'Histoire naturelle, une Notice sur un procédé électro-chimique ayant pour objet de dorer le laiton et l'argent. Je viens vous demander de vouloir bien communiquer à l'Académie des Sciences un extrait de ce travail, qui paraîtra dans le prochain numéro de la *Bibliothèque universelle*.

» Frappé des tristes conséquences que présente dans notre ville l'emploi du mercure pour le dorage, j'avais dès long-temps pensé que la force décomposante du courant électrique appliquée à une dissolution d'or, pourrait, en apportant l'or molécule par molécule sur l'objet à dorer, remplacer sinon dans tous les cas, du moins dans plusieurs, l'emploi du mercure. Les pre-

miers essais que je fis dans ce but datent de quinze ans; ils ne furent pas heureux et je cessai alors de m'occuper de cet objet. Les travaux qui ont été faits depuis cette époque sur l'électricité et notamment plusieurs découvertes importantes de M. Becquerel m'ont conduit à tenter de nouveaux essais dirigés d'une manière un peu différente, et je crois être parvenu maintenant à un procédé qui, s'il n'est pas parfait, est cependant de nature à donner déjà des résultats utiles et à devenir, à ce que je crois, entre les mains des praticiens, usuel et avantageux.

» Les principes qui m'ont dirigé dans cette application de la force décomposante du courant électrique au dorage des métaux, sont les suivants :

» 1°. L'emploi des petites forces électriques pour opérer les décompositions quand on veut obtenir un dépôt régulier et uniforme des particules de l'un des éléments du liquide qui est décomposé, savoir, dans le cas particulier, des particules de l'or qui est à l'état de chlorure dans la dissolution ;

» 2°. L'emploi d'un diaphragme de vessie pour séparer deux dissolutions placées à la suite l'une de l'autre dans le même circuit électrique, afin d'éviter leur mélange sans empêcher cependant le courant électrique de les traverser successivement. L'une de ces dissolutions est la dissolution d'or, l'autre de l'eau légèrement acidulée qui sert à produire le courant par son action sur une lame de zinc qui y est plongée.

» 3°. Le troisième principe est la propriété que possède le courant électrique de passer avec d'autant plus de facilité d'un liquide dans un métal et réciproquement, que le métal est plus susceptible d'être attaqué chimiquement par le liquide. Dans le cas qui nous occupe, le métal qui plonge dans la dissolution d'or est plus attaquable par le liquide que l'or lui-même; il en résulte que tant que la partie immergée ne sera pas entièrement dorée, le courant ira chercher les points où le métal à dorer est encore à nu pour les traverser et y déposer l'or, quelle que soit la longueur du trajet qu'il aura à parcourir dans le liquide, c'est-à-dire quelle que soit la forme plus ou moins irrégulière ou compliquée de l'objet qu'on veut dorer.

» Voici comment, après divers essais, je suis parvenu à appliquer au dorage les trois principes qui précèdent dont les deux premiers sont dus à M. Becquerel, et le troisième a été exposé pour la première fois dans un Mémoire que j'ai publié en 1825 dans les *Annales de Chimie et de Physique.*

» Je verse une dissolution de chlorure d'or aussi neutre que possible et très étendue (5 à 10 milligrammes par centimètre cube de la dissolution) dans un sac cylindrique de vessie; je plonge ce sac dans un bocal de verre

où il y a de l'eau très légèrement acidulée. L'objet que je veux dorer communique par le moyen d'un fil métallique avec une lame de zinc qui plonge dans l'eau acidulée, et lui-même est placé dans la dissolution d'or. On peut, si l'on veut, mettre l'eau acidulée et le zinc dans le sac de vessie et la dissolution d'or ainsi que l'objet à dorer dans le bocal de verre. Au bout d'une minute à peu près, on retire l'objet, on l'essuie avec un linge fin et en le frottant fortement avec ce linge on le trouve déjà un peu doré; après deux ou trois immersions semblables, la dorure est devenue assez épaisse pour qu'il soit inutile de prolonger l'opération.

» Je n'entrerai pas dans le détail de toutes les précautions qu'il faut prendre pour bien réussir; je me bornerai à en indiquer quelques-unes.

» Il faut que le courant électrique soit très faible, et l'on doit éviter, autant qu'on le peut, que par l'effet d'une trop grande intensité du courant il se dégage de l'hydrogène sur l'objet qu'on dore; ce dégagement de gaz pourrait, s'il était trop abondant, empêcher l'or de se déposer solidement. En conséquence, il ne faut mettre que quelques gouttes d'acide sulfurique ou nitrique dans l'eau où plonge le zinc et n'enfoncer ce métal dans le liquide que de la quantité nécessaire pour qu'un courant suffisant s'établisse, ce qu'avec un peu de pratique on obtient facilement.

» L'objet qu'on veut dorer peut être préalablement décapé et poli avec soin, ou simplement décapé. Dans le premier cas il ressort de l'opération du dorage avec une dorure brillante qui semble avoir été soumise à l'action du brunissoir; dans le second cas, la dorure est terne; elle ressemble à celle qu'on obtient au moment où l'on retire du feu les objets qu'on dore par l'amalgame; peut-être la couche d'or est-elle plus épaisse: ce qui pourrait faire supposer qu'il en est ainsi, c'est qu'il faut plus d'immersions pour opérer le dorage. Il faut avoir soin, dans les deux cas également, de bien décaper et surtout de bien dégraisser et nettoyer l'objet à dorer; il est bon aussi de le laver dans de l'eau légèrement acidulée chaque fois qu'on le retire de la dissolution, avant de l'essayer, et de le frotter, et de même après qu'on l'a frotté, avant de l'y remettre. Un moyen assez bon de le décaper consiste à le faire communiquer pendant quelques instants dans l'eau acidulée avec un morceau de zinc qui, formant avec lui un couple, détermine sur sa surface un dégagement abondant d'hydrogène.

» La couleur de la dorure paraît tenir à plusieurs circonstances, au titre de l'or dissous, à la nature du métal qu'on dore, au degré de concentration plus ou moins grand de la dissolution d'or. Le poli ou le non-poli préalable de la surface qui reçoit la dorure paraît aussi influer sur la cou-

leur; dans le cas où la surface n'a pas été préalablement polie la dorure est beaucoup plus rouge, ce qui tient probablement à ce que les molécules d'or se déposant sur une surface raboteuse et non parfaitement unie, leur inclinaison mutuelle donne naissance à un jeu de lumière semblable à celui qui a lieu dans l'intérieur d'un vase doré; ce qu'il y a de curieux, c'est que le brunissoir, en passant sur la dorure, ne détruit point cet effet.

» Il faut avoir grand soin que l'objet qu'on va dorer ne soit mis en contact avec la dissolution d'or qu'après que tout a été arrangé, de façon que le courant électrique ait lieu dès que ce contact est établi; autrement l'action directe, sans courant, de la dissolution d'or sur la surface à dorer, empêcherait la dorure de bien prendre, surtout s'il s'agit de l'argent.

» Le procédé me paraît être très économique. Tout ce qui est étranger à l'or est fort peu dispendieux; quant à l'or lui-même, il en faut très peu pour une dorure passablement belle. J'ai réussi à dorer dix cuillères à café d'argent, avec une dissolution qui renfermait 800 milligrammes d'or. En supposant que la dorure des dix cuillères ait pris tout l'or de la dissolution, ce qui n'était pourtant pas le cas, chaque cuillère aurait pris 80 milligram. d'or, c'est-à-dire pour 32 centimes environ, en portant à 4 francs le prix du gramme de l'or fin, prix plutôt élevé. Il est vrai que la dorure n'était pas très épaisse; elle était d'un beau-jaune vert qu'on nomme *l'or anglais;* cependant elle a résisté au frottement réitéré d'une peau et du brunissoir. Une température élevée de 300 à 400° ne l'a pas altérée, elle a seulement fait pénétrer l'or un peu plus intimement dans la surface de l'argent; mais une seule dorure mise par-dessus la première, d'après le même procédé, produit alors une couche très épaisse et probablement d'une grande durée.

» Les divers objets que j'ai dorés au moyen du procédé que je viens de décrire sont des fils, des plaques, des cuillères à café d'argent, des cuvettes de montre en laiton; j'ai même réussi à dorer quelques roues d'horlogerie; les extrémités des dents se dorent bien, mais la couleur n'est pas celle que les horlogers préfèrent : elle est trop rouge; je suis occupé à chercher les moyens de la rendre plus jaune et plus *mate*. Tout objet me paraît pouvoir, quelle que soit sa forme, être doré par le procédé en question. On peut même dorer partiellement une surface, soit en recouvrant de cire les parties qui ne doivent pas recevoir la dorure, soit en amenant avec un pinceau la dissolution d'or sur les parties qui doivent être dorées. On peut ainsi produire sur une surface, par la dorure, des traits dont les contours forment des lettres ou des figures. Je regrette de ne

pouvoir vous envoyer pour que vous les examiniez et que vous les présentiez à l'Académie, quelques-uns des objets que j'ai dorés par le procédé que je viens de décrire; je n'ai pu trouver d'occasion dans ce moment, j'espère en avoir une incessamment dont je profiterai pour vous faire ce petit envoi.

» J'ajouterai, en terminant, que depuis que mon travail a été achevé j'ai eu connaissance d'un procédé pratiqué en Allemagne et en Angleterre pour dorer avec une dissolution d'oxide d'or dans la potasse. Ce procédé, qui n'a pas été généralement adopté, exige l'emploi d'une température élevée, tandis que le procédé électro-chimique a lieu à froid. Il ne présente pas l'avantage comme ce dernier d'enlever l'oxigène et le chlore à l'or et de les empêcher d'attaquer l'objet à dorer, comme le fait le procédé électro-chimique qui transporte par la force du courant électrique ce chlore et cet oxigène en dehors de la dissolution à travers le diaphragme de vessie sur le zinc placé dans l'eau acidulée. Aussi ce procédé purement chimique ne donne-t-il à ce qu'il paraît qu'une dorure terne et peu vive. Je le crois aussi moins économique et d'une manutention moins facile; enfin il me paraît présenter d'autres inconvénients que ne présente pas le procédé électro-chimique, et dont au reste les praticiens seront les meilleurs juges. Quoi qu'il en soit, l'expérience décidera quel est celui des deux procédés qui a la supériorité. Ce qui m'encourage à faire connaître le mien, dût-il n'avoir qu'une application partielle, c'est de voir que le procédé purement chimique paraît être abandonné et qu'on continue à faire usage de celui qui est fondé sur l'emploi du mercure dans bien des cas où je me suis déjà assuré que la méthode électro-chimique pourrait être substituée avec avantage. »

M. Séguier présente, au nom de M. *Sauvages,* plusieurs copies, de proportions différentes, d'une même figure de ronde-bosse. Ces copies, dit-il, ont été exécutées au moyen d'un appareil qui n'est qu'une modification du pantographe appliquée à la sculpture. L'appareil se distingue de ceux qu'on a employés précédemment dans le même but par une grande simplicité, ce qui permet de se le procurer à peu de frais. La substance sur laquelle on opère est un bloc de savon ou de cire qui se taille très aisément et sur lequel on fait ensuite un moule au moyen duquel on peut obtenir un nombre illimité d'épreuves en plâtre ou en métal. L'argile plastique, à l'état où l'emploient les statuaires, peut être aussi employée pour ces réductions; mais, à raison du liant de cette

substance, ce n'est pas en enlevant des grumeaux, c'est en repoussant l'excédant de la terre que l'instrument doit agir, et les mouvements de la main qui le guide doivent être à peu près les mêmes que pour modeler directement.

M. **Vincent Chevalier** présente *plusieurs images photographiques* de l'*Acarus Scabiei* obtenues au moyen du microscope solaire achromatique, avec un grossissement d'environ 145 fois le diamètre.

M. **Castelin** adresse un Note sur les moyens de diriger les *aérostats*.

M. **Copland** écrit de Londres relativement à une *encre* qu'il croit de nature à pouvoir résister aux plus puissants réactifs.

M. **Ayala y Lozano** présente une nouvelle Note relative à la *forme de l'orbite des planètes*.

M. **Donné** adresse un paquet cacheté portant pour suscription : Description de mon procédé de *gravure des images photographiques sur les plaques d'argent*.

L'Académie en accepte le dépôt.

Erratum. (Séance du 30 mars 1840.)

Page 550, ligne 29, au lieu de *Description de la Chimie*, lisez *Description de la Chine*

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans cette séance les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1^er^ semestre 1840, n° 13, in-4°.

Exercices d'Analyse et de Physique mathématique; par M. CAUCHY; 7^e^ et 8^e^ liv., in-4°.

Exposition des produits de l'Industrie française en 1839; *rapport du Jury central*; 3 vol. in-8°.

Description des Machines et Procédés consignés dans les Brevets d'Invention, de Perfectionnement et d'Importation; tome 27, in-4°.

Quinzième Supplément du Catalogue des Spécifications des Brevets d'Invention, de Perfectionnement et d'Importation (*année* 1839); in-8°.

Mémoire sur les Moules de Mollusques vivants et fossiles; par M. AGASSIZ; 1^re^ partie (*Moules d'Acéphales vivants*); Neufchâtel, in-4°.

Notice sur quelques points de l'organisation des Euryales, accompagnée de la description détaillée de l'espèce de la Méditerranée; par le même; in-4°.

Recherches sur le développement des Urédinées; par M. LEVEILLÉ. (Extrait des *Annales des Sciences naturelles*, janvier 1839.) In-8°.

Notice sur le genre Agaric, considéré sous les rapports botanique, économique, médical et toxicologique; par le même; in-8°.

Essai pratique sur l'établissement et le contentieux des Usines hydrauliques; par M. VIOLLET; 1 vol. in-8°.

Choix d'une Nourrice; par M. MAGNE. (Cet ouvrage est adressé, ainsi que le suivant, pour le concours Montyon.)

Du Toucher, considéré sous le rapport des accouchements; par le même; in-8°.

Aperçu sur l'Assainissement de Lyon; par M. PARISEL; Lyon, 1840, in-8°.

Annales de la Société royale d'Horticulture de Paris; fév. 1840, in-8°.

Annales de la Société d'Agriculture, Arts et Commerce du département de la Charente; nov. et déc. 1839, in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; mars 1840; in-8°.

Journal des Connaissances nécessaires et indispensables; sous la direction de M. Chevalier; avril 1840, in-8°.

Journal de Chimie médicale, de Pharmacie et de Toxicologie; avril 1840, in-8°.

Mémoire sur l'Histoire physiologique du la Ventriloquie, ou Engastrimysme; par M. Colombat, de l'Isère; in-8°.

Journal des Connaissances médico-chirurgicales; avril 1840, in-8°.

Revue zoologique; par M. Guérin Menneville; mars 1840, in-8°.

Le Métallurgiste, journal publié sous la direction de M. Landrin; tome 1^er^, n° 1, in-8°.

Otia hispanica, seu delectus plantarum rariorum aut nondum rite notarum per Hispanias sponte nascentium, auctore P. Barker Webb; *pentas* 2, in-fol.

Astronomische.... *Nouvelles astronomiques de* M. Schumacher; n° 396, in-4°.

Die cultur der.... *Recherches historiques sur la culture de la Canne à sucre dans les deux continents; par* M. Ritter; in-8°.

Ueber.... *Mémoire sur les Couronnes, les Halos et les Parhélies; par* M. Galle; Berlin, in-8°. (Extrait des *Annales de Chimie et de Physique,* n° 49.)

Gazette médicale de Paris; n° 14.

Gazette des Hôpitaux; n° 39—41.

L'Expérience, journal de Médecine; n° 145, in-8°.

L'Esculape; n° 19.

Gazette des Médecins praticiens; n° 26.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES. — MARS 1840.

Jours du mois.	9 heures du matin.			Midi.			3 heures du soir.			9 heures du soir.			Thermomètre.		État du ciel à midi.	Vents à midi.
	Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Maxim.	Minim.		
1	762,73	— 2,8		762,04	+ 1,3		761,16	+ 4,0		762,51	+ 0,4		+ 4,1	— 5,0	Beau	E. N. E.
2	764,13	— 1,3		763,40	+ 4,1		763,00	+ 6,4		764,41	+ 3,3		+ 6,7	— 3,8	Beau	E.
3	764,15	+ 0,8		761,81	+ 3,9		760,09	+ 4,3		760,09	+ 2,0		+ 4,4	— 2,7	Couvert	N. N. E.
4	762,27	+ 1,5		762,89	+ 5,0		762,44	+ 7,4		764,35	+ 3,3		+ 7,6	— 0,9	Beau	N. E. fort.
5	766,55	+ 2,5		765,66	+ 5,8		765,15	+ 8,0		766,27	+ 1,9		+ 8,6	— 1,6	Beau	E. N. E.
6	768,20	+ 2,0		767,52	+ 7,8		766,50	+10,6		767,60	+ 5,6		+10,6	— 4,1	Beau	E.
7	769,21	+ 4,0		769,01	+ 7,2		769,00	+ 9,0		769,36	+ 5,4		+10,2	— 2,2	Beau	E.
8	771,33	+ 4,1		770,34	+ 8,8		769,42	+11,8		770,48	+ 5,7		+11,9	— 1,7	Beau	E.
9	771,44	+ 4,2		770,65	+ 8,4		769,25	+10,4		769,17	+ 4,5		+10,7	— 1,0	Beau	E.
10	767,08	+ 2,4		766,36	+ 3,4		763,89	+ 7,4		762,50	+ 5,9		+ 9,0	+ 1,6	Couvert	N. E.
11	760,63	+ 5,7		760,62	+ 6,4		760,79	+ 6,1		762,81	+ 3,0		+ 6,6	+ 3,9	Couvert	N.
12	763,26	+ 2,2		762,65	+ 4,4		761,76	+ 6,6		762,23	+ 5,7		+ 6,7	— 0,2	Eclaircies	N. E.
13	761,56	+ 5,5		760,27	+ 8,8		759,23	+ 7,4		758,90	+ 6,2		+ 9,7	+ 3,0	Couvert	O.
14	758,23	+ 6,9		758,31	+ 7,6		758,03	+ 8,0		758,72	+ 6,4		+ 8,6	+ 4,6	Couvert	O. N. O.
15	757,60	+ 6,8		756,46	+ 9,1		754,84	+ 7,9		754,10	+ 5,0		+ 9,2	+ 4,8	Couvert	O. N. O. calme.
16	754,91	+ 5,2		755,05	+ 7,0		755,54	+ 7,0		757,97	+ 4,0		+ 7,6	+ 3,8	Couvert	O.
17	760,46	+ 2,4		760,40	+ 5,4		759,57	+ 6,3		760,60	+ 2,8		+ 6,6	— 0,6	Beau	N. E.
18	759,49	+ 4,8		759,03	+ 5,9		757,27	+ 7,3		755,90	+ 5,0		+ 7,8	+ 1,3	Couvert	N.
19	757,21	+ 5,4		758,13	+ 4,6		758,37	+ 6,0		761,36	+ 2,0		+ 6,3	+ 4,0	Couvert	N.
20	763,00	+ 2,0		763,22	+ 5,0		762,14	+ 6,8		763,00	+ 5,0		+ 7,0	— 1,5	Beau	N.
21	764,96	+ 2,6		764,99	+ 4,3		764,95	+ 2,0		765,86	+ 1,3		+ 4,8	— 0,9	Très nuageux	N.
22	764,72	+ 1,7		763,61	+ 4,8		762,06	+ 6,8		761,11	+ 4,1		+ 7,2	— 1,1	Très nuageux	O. N. O.
23	755,91	+ 3,0		755,23	+ 5,3		754,44	+ 7,1		755,38	+ 4,2		+ 7,1	+ 0,8	Couvert	O. N. O.
24	756,88	+ 2,1		756,83	+ 3,2		757,20	+ 3,8		757,48	— 0,8		+ 4,0	— 1,0	Neige par moments	N. O.
25	759,96	+ 0,6		760,04	+ 3,2		760,59	+ 2,8		761,04	— 0,2		+ 3,2	— 1,8	Couvert	N. E.
26	762,06	+ 0,4		761,30	+ 2,2		760,70	+ 2,0		760,29	+ 3,0		+ 3,0	— 1,7	Couvert, léger brouillard	N. E.
27	758,00	+ 0,3		757,33	+ 1,8		756,88	+ 1,8		758,24	— 0,4		+ 2,2	— 1,5	Neige	N. E.
28	758,51	+ 1,1		757,91	+ 2,3		756,67	+ 3,2		755,54	+ 2,8		+ 3,7	— 4,0	Nuageux	N. E.
29	753,22	+ 3,2		752,67	+ 4,3		752,42	+ 5,6		753,71	+ 3,0		+ 5,2	+ 1,8	Couvert	N. E
30	756,11	+ 4,3		756,60	+ 8,6		756,61	+ 9,2		757,00	+ 5,8		+ 9,4	+ 2,4	Couvert	O. N. O.
31	757,14	+ 8,2		756,04	+10,2		755,48	+11,3		751,48	+10,0		+12,3	— 3,4	Nuageux	O.
1	766,70	+ 1,7		765,97	+ 5,6		764,99	+ 7,9		765,67	+ 3,7		+ 8,4	— 2,1	... Moy. du 1er au 10	Pluie en centim.,
2	759,63	+ 4,7		759,41	+ 6,4		758,75	+ 6,9		759,56	+ 4,5		+ 7,6	+ 2,3	... Moy. du 11 au 20	Cour. 0,820
3	758,86	+ 2,5		758,41	+ 4,6		757,62	+ 5,1		757,92	+ 3,0		+ 5,7	— 0,9	... Moy. du 21 au 31	Terr.. 0,802
	761,65	+ 2,9		761,17	+ 5,5		760,50	+ 6,6		760,95	+ 3,7		+ 7,2	— 0,3	.... Moyennes du mois....	+ 3,4